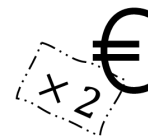


2 Galton x Plinko

Plinko ist ein Glücksspiel aus den 1980er Jahren. Hierbei lässt man einen Ball von oben auf Stäbchen fallen, die wie eine Pyramide angeordnet sind. Ganz unten gibt es Fächer, bei denen der eingesetzte Geldbetrag abhängig vom Fach mit einem bestimmten Faktor multipliziert wird.



1. Probiert dich auf der Webseite plinko-web-game.netlify.app einmal aus!
2. Stell eine Vermutung auf, wieso in der Mitte aller Fächer die kleinsten Faktoren liegen.
Weil in der Mitte die meisten Kugeln hinfallen werden.
3. Stell eine Vermutung auf, wieso die Faktoren an den Randfächern am größten sind.
Weil dort die wenigsten Kugeln hinfallen werden.
4. Argumentiere, wieso man auf lange Sicht verliert oder gewinnt.
individuell

Mit dem Wissen über das Galtonbrett und seine Verteilung können wir nun fundierte Schlüsse über Plinko ziehen:

5. Die Wahrscheinlichkeit mit der eine Kugel in Plinko nach links bzw. rechts hüpf ist *50%*
6. Nenne die Anzahl der Ebenen in Plinko. *16*
7. Gib die Anzahl an Faktoren (Fächern) an. *17*
8. Gib nun eine Zufallsvariable $X \sim \text{Bin}_{n,p}$ an.
 $X \sim \text{Bin}_{16,0,5}$ mit $\mathbb{P}(X = k) = \binom{16}{k} \cdot 0.5^{16}$, wobei $k = \{0, \dots, 16\}$
9. Berechne die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
 - a) Die Kugel landet beim Multiplikator 0,3x. *Faktor 0,3x entspricht dem Fach 8.*
 $\mathbb{P}(X = 8) = \binom{16}{8} \cdot 0.5^{16} = 0.196380615234375 \approx 19,6\%$
 - b) Eine Kugel holt ihren gesetzten Betrag exakt wieder rein. *Die Kugel trifft ein Fach mit dem Faktor 1x, also Fach 6 oder 10.*
 $\mathbb{P}(X = 6) + \mathbb{P}(X = 10) = \left(\binom{16}{6} + \binom{16}{10}\right) \cdot 0.5^{16} = 0.244384765625 \approx 24,4\%$
 - c) Eine Kugel landet in einem der beiden höchsten Faktoren. *Die Kugel trifft Fach 0 oder 16.*
 $\mathbb{P}(X = 0) + \mathbb{P}(X = 16) = \left(\binom{16}{0} + \binom{16}{16}\right) \cdot 0.5^{16} = 0.000030517578125 \approx 0,003\%$
10. Bestimme den Erwartungswert, wenn der Einsatz immer 1\$ ist.

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= 110\$ \cdot \mathbb{P}(X = 0) + 41\$ \cdot \mathbb{P}(X = 1) + \dots + 41\$ \cdot \mathbb{P}(X = 15) + 110\$ \cdot \mathbb{P}(X = 16) - 1\$ \\ &= -0.0101165771484375\end{aligned}$$

11. Überprüfe die These: "Je höher mein Einsatz ist, desto mehr bekomme ich raus.". Zum Einen ist die These richtig, da man bei einem Hauptgewinn mehr gewinnt, als wenn man weniger gesetzt hätte. Man kann jedoch auch deutlich mehr verlieren. Unter Betrachtung des Erwartungswertes werden die Auszahlungssummen gemäß des Einsatzes multipliziert. Das heißt $k \cdot \mathbb{E}(X)$ wenn k der Einsatz ist. Da $\mathbb{E}(X) < 0 \Rightarrow k \cdot \mathbb{E}(X) < \mathbb{E}(X)$ wenn $k > 1$